

# Eksamen

23.11.2011

**MAT1013 Matematikk 1T**

## Eksamensinformasjon

|                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Eksamenstid:</b>              | 5 timar:<br>Del 1 skal leverast inn etter 2 timar.<br>Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Hjelpemiddel på Del 1:</b>    | Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Hjelpemiddel på Del 2:</b>    | Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Framgangsmåte:</b>            | Du skal svare på alle oppgåvene.<br><br>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.<br><br>Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko uttelling.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Rettleiing om vurderinga:</b> | Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>– gjennomfører logiske resonnement</li><li>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>– vurderer om svar er rimelege</li><li>– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li></ul> |

## DEL 1

### Utan hjelpemiddel

#### Oppgåve 1 (16 poeng)

a)



40 kroner



32 kroner

Kjelder: <http://www.ringnes.no/brands/merkevarene/sider/imsdal.aspx>  
[http://www.eplehuset.no/om\\_eplehuset.aspx](http://www.eplehuset.no/om_eplehuset.aspx) (29.01.2011)

Kor mykje kostar  i flaske vatn, og kor mykje kostar eitt eple?

b) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{4^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{8}}{2^2}$$

c) Dersom vinklane i ein trekant er  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  og  $90^\circ$ , er hypotenusen dobbelt så lang som den kortaste kateten.

Bruk dette til   finne  $\sin 30^\circ$ .

d)



Kjelde: <http://www.kraftfoods.nordic.com/kraft/page?siteid=kraft-prd&locale=nord1&PageRef=3204&Mid=3204> (08.03.2011)

Eva har éin pakke blåbærgelé, to pakkar kiwigelé, to pakkar sitrongelé og tre pakkar bringebærgelé.

Ho tek tilfeldig to pakkar gelé.

- 1) Kva er sannsynet for at den første pakken ho tek, er kiwigelé?
- 2) Kva er sannsynet for at ho tek to pakkar kiwigelé?
- 3) Kva er sannsynet for at ho tek éin pakke kiwigelé og éin pakke blåbærgelé?

e) Skriv så enkelt som mogleg

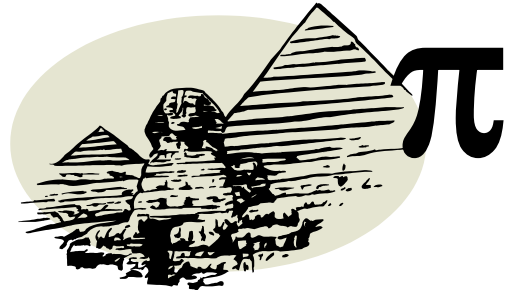
$$\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 16}$$

f) Rekn ut  $(\sqrt{8} - \sqrt{2})^2$

g) Dei gamle egyptarane påstod følgjande:

"For å finne arealet av ein sirkel kan du først multiplisere diameteren med  $\frac{8}{9}$  og så opphøge resultatet du får, i andre."

Vis at egyptarane brukte verdien  $\frac{256}{81}$  for  $\pi$ .



## Oppgåve 2 (8 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved  $f(x) = x^2 + 2x - 8$ .

- a) Finn nullpunkta til  $f$  ved rekning.
- b) Bruk  $f'(x)$  til å finne eventuelle ekstremalpunkt på grafen til  $f$ .
- c) Lag ei skisse av grafen til  $f$ .

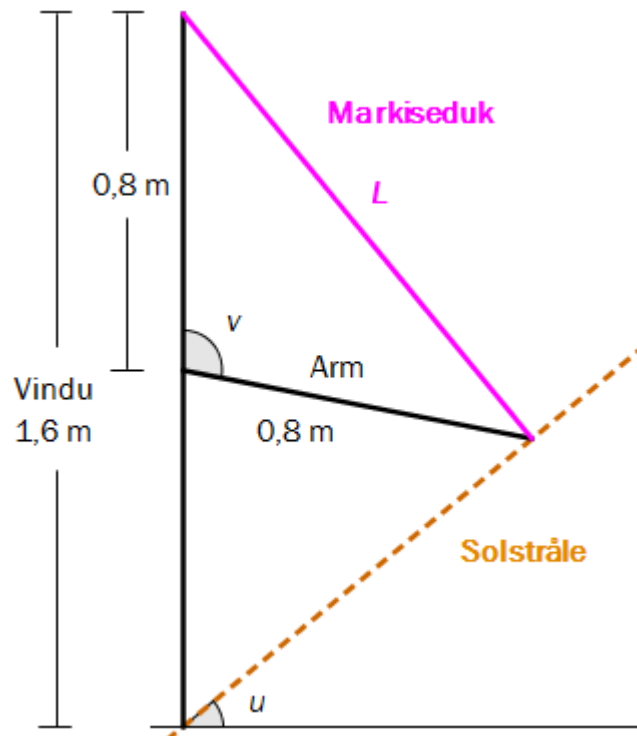
Funksjonen  $g$  er gitt ved  $g(x) = 2x + 1$ .

Grafen til  $f$  har ein tangent som er parallell med grafen til  $g$ .

- d) Finn likninga for denne tangenten.

## DEL 2 Med hjelpemiddel

### Oppgåve 3 (6 poeng)



Fredrik har montert ei markise for å hindre sollys frå å komme inn gjennom eit vindauge. Teikninga ovanfor viser vindauget og markisa sett frå sida.

- a) Rekn ut lengda  $L$  av markiseduken når armene på markisa ligg vassrett, dvs. når  $\angle v = 90^\circ$ .

Fredrik ønskjer at markisa skal ta bort alle solstrålar når  $\angle u = 20^\circ$ .

- b) Forklar at da må  $\angle v = 140^\circ$ .
- c) Rekn ut lengda  $L$  når  $\angle v = 140^\circ$ .

## Oppgave 4 (6 poeng)



I 2009 gjennomførte TNS Gallup ei undersøking på oppdrag frå Kunnskapsdepartementet. Undersøkinga viste at 16 % av elevane som gjekk siste året på vidaregåande skole, kunne tenkje seg å bli lærarar.

Tenk deg at prosentdelen er like stor i dag.

Vi vel tilfeldig 20 elevar som går siste året på vidaregåande skole.

- a) Kva er sannsynet for at ingen av elevane kan tenkje seg å bli lærarar?
- b) Kva er sannsynet for at akkurat to av elevane kan tenkje seg å bli lærarar?
- c) Kva er sannsynet for at minst fire av elevane kan tenkje seg å bli lærarar?

Kjelde: <http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/pressemelder/pressemeldinger/2009.html>  
(03.03.2011)

## Oppgave 5 (6 poeng)



Kjelde: <http://www.nrk.no/nyheter/norge/1.7501112>  
(05.03.2011)

Eit fly har ein gjennomsnittsfart på 600 km/h når det ikkje er vind. Farten aukar i medvind og minkar i motvind:

Gjennomsnittsfart i medvind = 600 km/h + vindfarten

Gjennomsnittsfart i motvind = 600 km/h – vindfarten

Ein dag skal flyet fly til ein stad som ligg 1050 km borte. Der snur det og flyg tilbake utan å lande. Flyet har medvind på vei til staden og motvind på vei tilbake. Vi ser bort frå den ekstra tida det tek å snu. Vindfarten denne dagen er 100 km/h.

- a) Vis at heile flyturen tek 3 timar og 36 minutt.
- b) Lag eit koordinatsystem der  $x$  - aksen viser kor lang tid flyet har vore i lufta, og  $y$  - aksen viser avstand frå startstaden. Teikn ein graf som viser avstanden flyet har frå startstaden, som funksjon av tida.

I resten av oppgåva går vi også ut frå at flyet skal fly til ein stad og tilbake utan å lande. Flyet har medvind på vei til staden og motvind på vei tilbake. Vi ser bort frå tida det tek å snu. Vindfarten er 100 km/h.

Flyet har drivstoff nok til å halde seg på vengene i 8 timar.

- c) Kor langt kan flyet maksimalt fly før det må snu?

## Oppgåve 6 (10 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved  $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$

- a) Finn  $f'(x)$  og bruk den deriverte til   finne topp- og botnpunkt på grafen til  $f$  når  $a = -2$  og n r  $a = 5$ .
- b)
  - 1) Finn stigningstalet til tangenten til grafen til  $f$  i punktet  $(1, f(1))$  når  $a = -2$ , og n r  $a = 5$ .
  - 2) Forklar kvifor tangentane til grafane til  $f$  i punktet  $(1, f(1))$  er parallelle for alle verdier av  $a$ .
- c) Lag ei skisse av grafen til  $f$  når  $a = -2$ , og n r  $a = 5$ . Marker topp- og botnpunkt.
- d) For kva verdier av  $a$  har likninga  $f(x) = 0$  nøyaktig  i løysing?

## Oppgave 7 (8 poeng)



Kilde: [http://uk.ask.com/wiki/List\\_of\\_tallest\\_buildings\\_in\\_Scandinavia](http://uk.ask.com/wiki/List_of_tallest_buildings_in_Scandinavia)  
(27.04.2011)

Strekninga  $s$  meter ei jernkule som blir sleppt, fell i løpet av tida  $t$  sekund, er gitt ved

$$s = 4,9 \cdot t^2$$

Oslo Plaza, ein av dei høgaste bygningane i Noreg, er ca. 117 m høg.

Tenk deg at ei jernkule blir sleppt frå toppen av Oslo Plaza.

- a) Kor lang tid vil det ta før kula treffer bakken?
- b) Kor langt fell kula i løpet av det første sekundet?  
Kor langt fell kula i løpet av det andre sekundet?  
Kor langt fell kula i løpet av det tredje sekundet?

Tenk deg at ein person slepper ei jernkule frå toppen av Oslo Plaza. Eit sekund seinare slepper ein annan person, som står ved eit vindauge 10 m nedanfor toppen, ei tilsvarende jernkule.

- c) Bruk for eksempel resultatet i b) til å forklare at kula som blir sleppt frå toppen, tek igjen kula som blir sleppt frå vindauget.
- d) Kor lang tid går det frå den første kula blir sleppt, til dei to kulene er i same høgd?  
Kor høgt over bakken er kulene da?

# Bokmål

| <b>Eksamensinformasjon</b>        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Eksamenstid:</b>               | 5 timer:<br>Del 1 skal leveres inn etter 2 timer.<br>Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Hjelpemidler på Del 1:</b>     | Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Hjelpemidler på Del 2:</b>     | Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Framgangsmåte:</b>             | Du skal svare på alle oppgavene.<br><br>Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.<br><br>Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Veiledning om vurderingen:</b> | Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>– gjennomfører logiske resonnementer</li><li>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>– vurderer om svar er rimelige</li><li>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li></ul> |

## DEL 1

### Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1 (16 poeng)

a)



40 kroner



32 kroner

Kilder: <http://www.ringres.no/brands/merkevarer/sider/imsdal.aspx>  
[http://www.eplehuset.no/om\\_eplehuset.aspx](http://www.eplehuset.no/om_eplehuset.aspx) (29.01.2011)

Hvor mye koster én flaske vann, og hvor mye koster ett eple?

b) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{4^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{8}}{2^2}$$

c) Dersom vinklene i en trekant er  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  og  $90^\circ$ , er hypotenusen dobbelt så lang som den korteste kateten.

Bruk dette til å finne  $\sin 30^\circ$ .

d)



Kilde: <http://www.kraftfoods.nordic.com/kraft/page?siteid=kraft-prd&locale=nor1&Page=Ref=3204&Mid=3204> (08.03.2011)

Eva har én pakke blåbærgelé, to pakker kiwigelé, to pakker sitrongelé og tre pakker bringebærgelé.

Hun tar tilfeldig to pakker gelé.

- 1) Hva er sannsynligheten for at den første pakken hun tar, er kiwigelé?
- 2) Hva er sannsynligheten for at hun tar to pakker kiwigelé?
- 3) Hva er sannsynligheten for at hun tar én pakke kiwigelé og én pakke blåbærgelé?

e) Skriv så enkelt som mulig

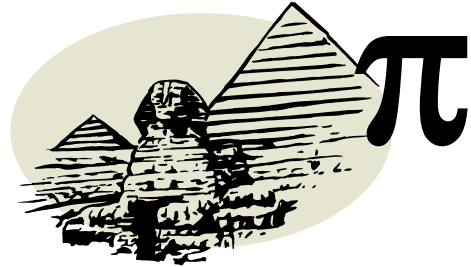
$$\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 16}$$

f) Regn ut  $(\sqrt{8} - \sqrt{2})^2$

g) De gamle egypterne påsto følgende:

"For å finne arealet av en sirkel kan du først multiplisere diameteren med  $\frac{8}{9}$  og så opphøye resultatet du får, i andre."

Vis at egypterne brukte verdien  $\frac{256}{81}$  for  $\pi$ .



## Oppgave 2 (8 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved  $f(x) = x^2 + 2x - 8$ .

- a) Finn nullpunktene til  $f$  ved regning.
- b) Bruk  $f'(x)$  til å finne eventuelle ekstremalpunkter på grafen til  $f$ .
- c) Lag en skisse av grafen til  $f$ .

Funksjonen  $g$  er gitt ved  $g(x) = 2x + 1$ .

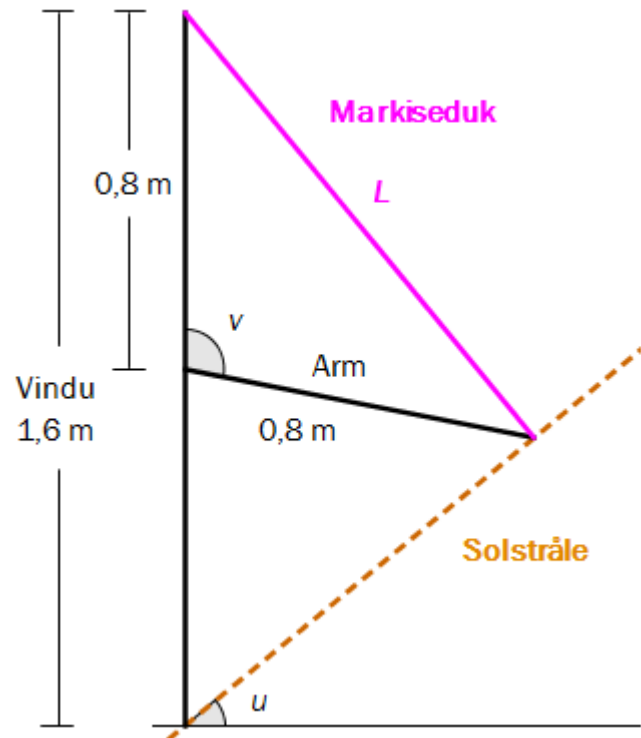
Grafen til  $f$  har en tangent som er parallell med grafen til  $g$ .

- d) Finn likningen for denne tangenten.

## DEL 2

### Med hjelpemidler

#### Oppgave 3 (6 poeng)



Fredrik har montert en markise for å hindre sollys fra å komme inn gjennom et vindu. Tegningen ovenfor viser vindu og markise sett fra siden.

- a) Regn ut lengden  $L$  av markiseduken når markisens armer ligger vannrett, dvs. når  $\angle v = 90^\circ$ .

Fredrik ønsker at markisen skal ta bort alle solstråler når  $\angle u = 20^\circ$ .

- b) Forklar at da må  $\angle v = 140^\circ$ .
- c) Regn ut lengden  $L$  når  $\angle v = 140^\circ$ .

## Oppgave 4 (6 poeng)



Kilde: <http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/presesenter/pressemeldinger/2009.html>  
(03.03.2011)

I 2009 gjennomførte TNS Gallup en undersøkelse på oppdrag fra Kunnskapsdepartementet. Undersøkelsen viste at 16 % av elevene som gikk siste året på videregående skole, kunne tenke seg å bli lærere.

Anta at andelen er like stor i dag.

Vi velger tilfeldig 20 elever som går siste året på videregående skole.

- a) Hva er sannsynligheten for at ingen av elevene kan tenke seg å bli lærere?
- b) Hva er sannsynligheten for at akkurat to av elevene kan tenke seg å bli lærere?
- c) Hva er sannsynligheten for at minst fire av elevene kan tenke seg å bli lærere?

## Oppgave 5 (6 poeng)



Kilde: <http://www.nrk.no/nyheter/norge/1.7501112>  
(05.03.2011)

Et fly har en gjennomsnittshastighet på 600 km/h når det ikke er vind. Hastigheten øker i medvind og avtar i motvind:

Gjennomsnittshastighet i medvind = 600 km/h + vindhastigheten

Gjennomsnittshastighet i motvind = 600 km/h – vindhastigheten

En dag skal flyet dra til et sted som ligger 1050 km borte. Der snur det og drar tilbake uten å lande. Flyet har medvind på vei til stedet og motvind på vei tilbake. Vi ser bort fra den ekstra tiden det tar å snu. Vindhastigheten denne dagen er 100 km/h.

- a) Vis at hele flyturen tar 3 timer og 36 minutter.
- b) Lag et koordinatsystem der  $x$  -aksen viser hvor lang tid flyet har vært i luften, og  $y$  -aksen viser avstand fra startstedet. Tegn en graf som viser flyets avstand fra startstedet som funksjon av tiden.

I resten av oppgaven antar vi også at flyet skal dra til et sted og tilbake uten å lande. Flyet har medvind på vei til stedet og motvind på vei tilbake. Vi ser bort fra tiden det tar å snu. Vindhastigheten er 100 km/h.

Flyet har drivstoff nok til å holde seg på vingene i 8 timer.

- c) Hvor langt kan flyet maksimalt dra før det må snu?

## Oppgave 6 (10 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved  $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$

- a) Finn  $f'(x)$  og bruk den deriverte til å finne topp- og bunnpunkter på grafen til  $f$  når  $a = -2$  og når  $a = 5$ .
- b)
  - 1) Finn stigningstallet til tangenten til grafen til  $f$  i punktet  $(1, f(1))$  når  $a = -2$ , og når  $a = 5$ .
  - 2) Forklar hvorfor tangentene til grafene til  $f$  i punktet  $(1, f(1))$  er parallelle for alle verdier av  $a$ .
- c) Lag en skisse av grafen til  $f$  når  $a = -2$ , og når  $a = 5$ . Marker topp- og bunnpunkter.
- d) For hvilke verdier av  $a$  har likningen  $f(x) = 0$  nøyaktig én løsning?

## Oppgave 7 (8 poeng)



Kilde: [http://uk.ask.com/wiki/List\\_of\\_tallest\\_buildings\\_in\\_Scandinavia](http://uk.ask.com/wiki/List_of_tallest_buildings_in_Scandinavia)  
(27.04.2011)

Strekningen  $s$  meter en jernkule som slippes, faller i løpet av tiden  $t$  sekunder, er gitt ved

$$s = 4,9 \cdot t^2$$

Oslo Plaza, en av Norges høyeste bygninger, er ca. 117 m høy.

Tenk deg at en jernkule slippes fra toppen av Oslo Plaza.

- a) Hvor lang tid vil det ta før kulen treffer bakken?
- b) Hvor langt faller kulen i løpet av det første sekundet?  
Hvor langt faller kulen i løpet av det andre sekundet?  
Hvor langt faller kulen i løpet av det tredje sekundet?

Tenk deg at en person slipper en jernkule fra toppen av Oslo Plaza. Et sekund senere slipper en annen person, som står ved et vindu 10 m nedenfor toppen, en tilsvarende jernkule.

- c) Bruk for eksempel resultatet i b) til å forklare at kulen som slippes fra toppen, tar igjen kulen som slippes fra vinduet.
- d) Hvor lang tid går det fra den første kulen slippes, til de to kulene er i samme høyde? Hvor høyt over bakken er kulene da?

Schweigaards gate 15  
Postboks 9359 Grønland  
0135 OSLO  
Telefon 23 30 12 00  
[www.utdanningsdirektoratet.no](http://www.utdanningsdirektoratet.no)